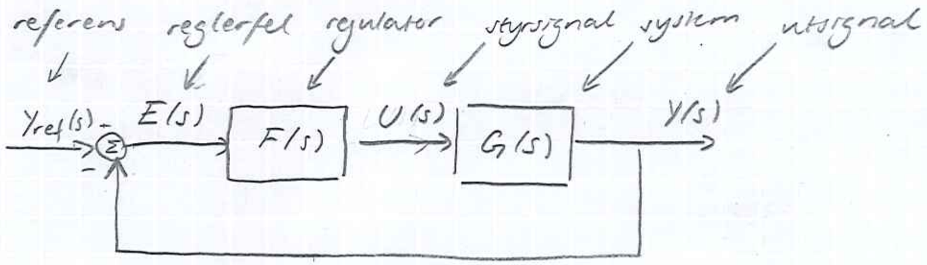
TEORI

N2.

SENAST:
- Laplace TF
- Poler/NS
- Stegsvar
- Slutvärdessatsen
- Återkoppling

IDAG:
- Överföringsfunktioner
- Statiska fel
- PID-reglering

(Boh s. 49-64)



- ÖVERFÖRINGSFUNKTION $Y_{ref} \to Y$

Kom ihåg! Bara att multiplicera i Laplace-domän

$$Y(s) = G(s)\cdot U(s) = G(s)\cdot F(s)E(s) =$$

$$= G(s)F(s)(Y_{ref}(s) - Y(s))$$

$$Y(s) + G(s)F(s)Y(s) = G(s)F(s)Y_{ref}(s)$$

$$\Rightarrow \quad Y(s) = \underbrace{\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}}_{G_{CL}} Y_{ref}(s)$$

DET SLUTNA SYSTEMET!

$G_o = G(s)F(s)$ DET ÖPPNA SYSTEMET (ÖVERFÖRINGSFUNKTION $E \to Y$)

Vi har:

$$G_{CL} = \frac{G_o}{1+G_o}$$

vad den här kursen går ut på!

- DESIGNA REGULATORN $F(s)$

PID-regulatorn

PROPORTIONELL — t: $K_p e(t)$, $\mathcal{L}$: $K_p E(s)$ — NU!

+ snabbt
- ger statiskt fel

INTEGRERANDE — t: $K_I \int_0^t e(\tau)d\tau$, $\mathcal{L}$: $K_I \cdot \frac{1}{s} E(s)$ — DÅTID

+ eliminerar statiskt fel
- minskar "stabilitetsmarginalen" / ökar "svängighet"

DERIVERANDE — t: $K_D \frac{de(t)}{dt}$, $\mathcal{L}$: $K_D s E(s)$ — FRAMTID

+ stabiliserande
- känslig för brus

$\Rightarrow$ Regulator: $F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$

LAB 1 om PID!!

3.25

MÅL: + Analysera stegsvar
+ Tolka PID-parametrar

i) P
ii) PI
iii) PD
iv) PID

Vi kontrollerar:

1) STATISKT FEL

- A & D har statiskt fel
- I-del eliminerar statiskt fel

⇒ A, B ⇔ i), iii)
C, D ⇔ ii), iv)

2) SVÄNGNINGAR

- D-del minskar svängningar
- B mer svängigt än A

⇒ A ⇔ iii) B ⇔ i)

- D mer svängigt än C

⇒ D ⇔ ii) C ⇔ iv)

3.1

MÅL: Modellera, jämföra P- och PI-regulator

a) modellera systemet (signaler, TF)

b) hitta koefficienter från stegsvar

c) beräkna överföringsfunktioner

d) hur beror polerna på P-regulatorn $F(s)=K$?

e) statiskt fel med P-regulator

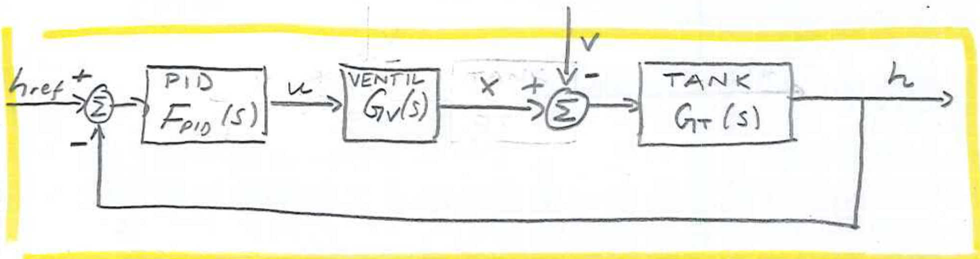
f) statiskt fel med PI-regulator

---

a)
- UTSIGNAL $y(t)$: här $h(t)$
- INSIGNAL $u(t)$ här: $u(t) \xrightarrow{\text{ventil}} x(t)$
- STÖRSIGNAL $v(t)$ här $v(t)$
- REFERENS $y_{ref}(t)$ här $h_{ref}(t)$

GES AV REGULATORN

INSIGNAL TILL TANKSYSTEMET



* Störsignalen v subtraheras från x, och det är differensen som påverkar utsignalen via tankens dynamik. Notera skillnaden mot uppgift 2.11, där störsignalen påverkar systemet direkt.

3.1 a) forts.

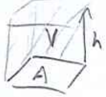
• HITTA G_T:

massbalans: (se fotnot)

volym

$$\frac{dV(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{ut}(t) = x(t) - v(t)$$

$$V(t) = A \cdot h(t) = \{A = 1m^2\} = h(t)$$



$$\Rightarrow \frac{dh(t)}{dt} = x(t) - v(t)$$

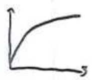
$$\mathcal{L}: \; sH(s) = X(s) - V(s)$$

$$\Rightarrow H(s) = \underbrace{\frac{1}{s}}_{G_T(s)}(X(s) - V(s))$$

! DETTA ÄR EN ENKEL INTEGRATOR

---

b) $G_v(s) = \frac{k_v}{1+Ts}$, STEGSVAR GIVET



SÖKES: k_v, T

1) FÖRSTÄRKNING

• Läser av: $\lim_{t\to\infty} x(t) = 2$. (1)

Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot G_v(s)U(s) =$$

$$= \lim s \cdot \underbrace{\frac{k_v}{1+Ts}}_{G_v} \cdot \underbrace{\frac{1}{s}}_{\text{ENHETSSTEG}} = k_v \quad (2)$$

(1) = (2) $\Rightarrow k_v = 2$

2) HITTA TIDSKONSTANT T

1) hitta formel för $x(t)$
2) jämför med stegsvar, identifiera T

$G_v(s)$ är överföringsfkt $u \to x$

$$G_v(s) = \frac{2}{1+Ts} = \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{s + 1/T}$$

Stegsvaret blir (TABELL s.234):

$$x(t) = 2(1 - e^{-1/T \, t}) \quad (A.33)$$

vid $t = T$: $x(T) = 2(1 - e^{-1}) \approx 2 \cdot 0,63 = 1,26$

läs av $x(T) = 1,26 \Rightarrow T \approx 5$

$$\Rightarrow G_v(s) = \frac{2}{1+5s}$$

• T är typiskt sett tiden det tar att nå 63% av slutvärdet
• $T \sim \frac{1}{\omega_0}$ ω_0: avstånd till origo
• litet T ⇒ snabbt system

se s. 49-50

---

c) Överföringsfunktion $h_{ref} \to h$

$$H(s) = G_T(s)(X(s) - V(s)) =$$

$$= G_T(s)(G_v(s)U(s) - V(s)) =$$

$$= G_T(s)(G_v(s)F(s)(H_{ref}(s) - H(s)) - V(s))$$

3.1 c) forts.

(släpper (s)-notationen!)

$$H + G_T G_V F H = G_T G_V F H_{ref} - G_T V$$

$$H(1 + G_T G_V F) = G_T G_V F H_{ref} - G_T V$$

$$\Rightarrow H(s) = \underbrace{\frac{G_T(s) G_V(s) F(s)}{1 + G_T(s) G_V(s) F(s)}}_{G_{CL}\,:\,H_{ref} \to H} H_{ref}(s) - \underbrace{\frac{G_T(s)}{1 + G_T(s) G_V(s) F(s)}}_{G_{Dist}\,:\,V \to H} V(s) \qquad (*)$$

*) verifiera samma nämnare

Låt $F = \frac{P_F}{Q_F}$ $G_V = \frac{P_V}{Q_V}$ $G_T = \frac{P_T}{Q_T}$

$$G_{CL} = \frac{P_T P_V P_F}{Q_T Q_V Q_F + P_T P_V P_F}$$

$$G_{dist} = \frac{P_T}{Q_T + \frac{P_T P_V P_F}{Q_V Q_F}} = \frac{P_T Q_V Q_F}{Q_T Q_V Q_F + P_T P_V P_F}$$

samma nämnare $\longrightarrow$ samma poler

---

d) 1) HITTA EKV. FÖR POLER $p(K)$

2) HITTA GRÄNSER FRÅN FIGUR

3) HITTA MAXIMALT K

1) Givet: P-regulator $F(s) = K$

$$\Rightarrow G_{CL}(s) = \frac{G_T(s) G_V(s) K}{1 + G_T(s) G_V(s) K}$$

Poler: nämnaren $= 0$

$$1 + G_T(s) G_V(s) K = 0$$

$$1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{2}{1 + 5s} K = 0$$

$$s(1 + 5s) + 2K = 0$$

$$5s^2 + s + 2K = 0$$

OBS! alla koeff. > 0 $\Leftrightarrow$ poler i VHP!

$$s^2 + \frac{1}{5}s + \frac{2}{5}K = 0$$

pq: $$s_{1,2} = -\frac{1}{10} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}}$$

2) Gränser: • $Re(p) < 0$ $\quad$ ($Re(p) > -3$?)

Gräns ges av rät linje med lutning ± 1

$\Leftrightarrow$ • $|Im(p)| \leq |Re(p)|$

BEGRÄNSA VINKELN ϕ, DVS BEGRÄNSA "SVÄNGIGHETEN" (HÄR 5% ÖVERSLÄNG)

3) för tillräckligt stora K: $\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5} < 0$

$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}}$ imaginärt!

$$\Rightarrow Re(s) = -\frac{1}{10} \qquad Im(s) = \pm\sqrt{\left|\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}\right|}$$

VILLKOR: $|Re(s)| \geq |Im(s)|$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} \geq \left|\frac{1}{100} - \frac{2K}{5}\right| = \frac{2K}{5} - \frac{1}{100}$$

$$2K \leq \frac{10}{100} \qquad \Rightarrow K \leq \frac{1}{20}$$

3.1.

e) Steg i v → förändring i h

Vi har: $H(s) = G_{CL}(s) H_{ref}(s) - G_{Dist.}(s) V(s)$

* INTRESSERADE AV V:S PÅVERKAN
* SYSTEMET LINJÄRT

↳ SÄTT $H_{ref} = 0$; $H(s)\big|_{H_{ref}=0} = -G_{dist}(s) V(s)$ (*)

W.L.O.G.

Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty} (h_{ref}(t) - h(t)) = -\lim_{s\to 0} s H(s) =$$

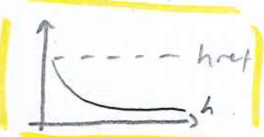
$$= \{(*),\ V(s) = \frac{1}{s},\ F_{PID} = K,\ G_{dist} \text{ FRÅN c)}\}$$

enhetssteg

$$= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{G_T}{1 + G_T G_v K} \cdot \frac{1}{s} = \{\text{FRÅN a) 3)}\} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{1/s}{1 + \frac{1}{s}\cdot\frac{2}{1+5s}\cdot K} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + \frac{2K}{1+5s}} = \frac{1}{2K}$$

⇒ Stationära felet: $\frac{1}{2K}$



f) MED PI-REGULATOR FÅS INGET STATIONÄRT FEL!

Varför?

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = -\lim_{s\to 0} s H(s) = \{(**),\ V(s) = \frac{1}{s},\ F_{PID} = K + \frac{K_I}{s}\} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{s}\cdot\frac{2}{1+5s}\cdot\left(K + \frac{K_I}{s}\right)} \cdot \frac{1}{\cancel{s}} =$$

: skyffla om i nämnaren!

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s}{s^2 + \frac{2K}{1+5s}\cdot(Ks + K_I)} = 0$$