

ÖVNING 81

2016

Senast: Frekvenssvar "sinus in - sinus ut"

Bodediagram

• 2 kurvor, log-skala

• Begrepp:

skärffrekvens $\omega_c \leftrightarrow$ fasmargin ϕ_m
 fas skärffrekvens $\omega_p \leftrightarrow$ Ampl. mag. Am

SE 04!

(FLER) SPECIFIKATIONER (SLUTNA SYSTEMET!)

s. 98

• RESONANSTOPP M_p

→ FAS MARGINAL

• HÖGSTA VÄRDET PÅ FÖRSTÄRKNINGEN

• RESONANSFREKVENNS ω_r

• FREKVENNS VID RESONANSTOPP

FREKV. FÖR
 SVÄNGNINGAR
 I STEG SVAR

• BANDBREDD ω_B

($\approx \omega_c$ för öppna systemet)

• FREKVENNS DÄR BELOPPSKURVAN SÄR

UNDER $\frac{1}{12}$, -3 dB

→ HÖG BANDBREDD:
 SNABBT SYSTEM
 KAN FÖLJA INI-
 TIAL VÄR TILL
 DENNA FREKVENNS

IDAG: Lead-lag-kompensering
 (ev. Störningsundertryckning)

LEAD-LAG / KOMPENSERING:

Önska frekvenssvar för att designa
 regulator så att systemet får önskad
 skärffrekvens $\omega_{c,d}$ och fasmargin ϕ_m

1

> LEAD-lärn (fasförancerande!)

2

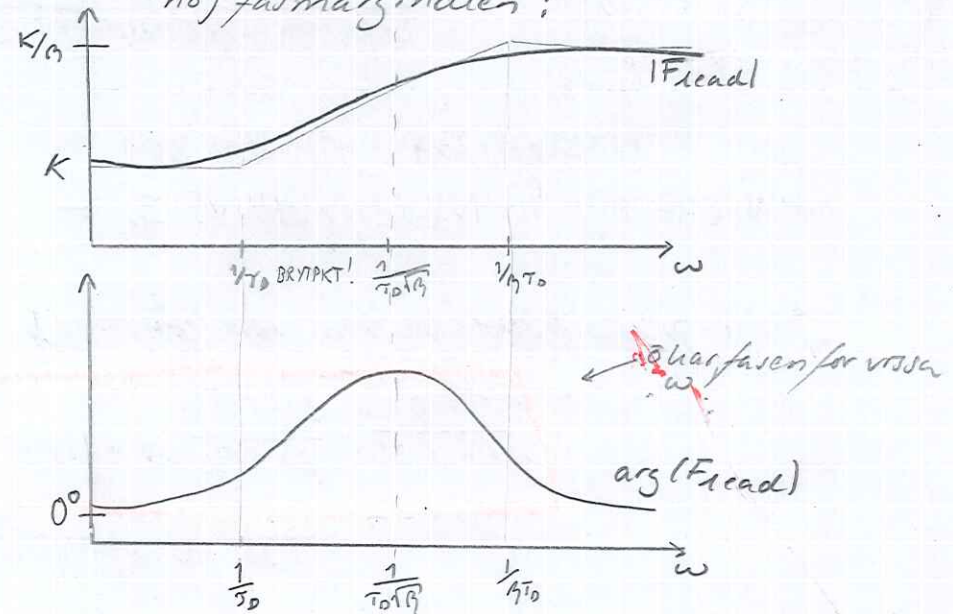
$$F_{lead}(s) = K \frac{T_D s + 1}{\beta T_D s + 1}$$

(jfr. PD)

desired

- K "lyfter" ampl.-kurvan, flyttar $\omega_c \rightarrow \omega_{c,d}$
- Är ϕ_m vid $\omega_{c,d}$ tillräckligt?

Annars: flytta faskurvan med lead-länk:
 höj fasmarginen!

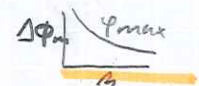


> Välj β så att fasmarginen ökar med $\Delta \phi_m$
 vid $\omega_{c,d}$!

Formel: $\beta = \frac{1 - \sin \Delta \phi_m}{1 + \sin \Delta \phi_m}$

(ϕ_{max} i dia-
 gram)

Bättre: diagram boken s. 106



Notera: litet β : höga frekvenser (= brus)
 förstärks mer.

fors. lead-länk

$$\sigma_0 = \frac{1}{\omega_{c,d} T_0}$$

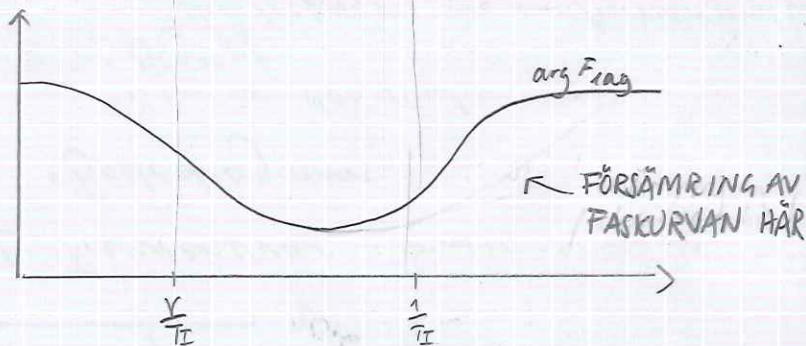
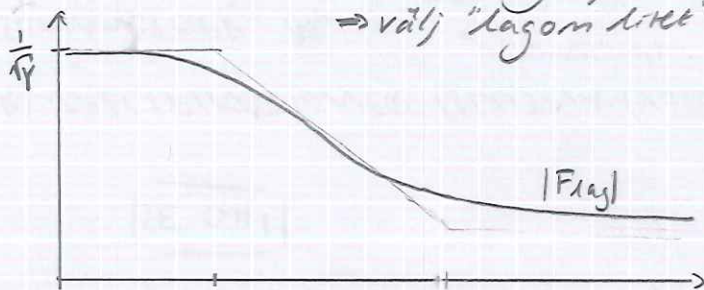
BOK s. 107

Island ger inte en lead-länk tillräcklig prestanda pga krav på STATISTISK FEL. Lösning: lag-länk

> LAG-länken (fartretarderande) (jfr. I-del)

$$F_{lag} = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

• $|F_{lag}(0)| = \frac{1}{\gamma}$; Vid $\gamma = 0$ får $e_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$
 > Stor förstärkning vid låga felur.
 > Instabil i sig själv.
 => välj "lagom litet" γ



③

• Välj γ så att $|F(0) \cdot G(0)|$ är önskad statisk förstärkning (bestäms av tillåtet fel)

• Sätt $\tau_I \approx \frac{10}{\omega_{c,d}}$ ← minskar faser!

• Kompensera i lead-länken med $57^\circ \approx 6^\circ$ ytterligare fasmarginal!

Regulatorn blir:

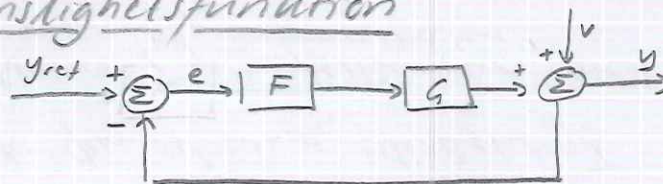
$$F(s) = K \frac{\tau_0 s + 1}{\beta \tau_0 s + 1} \cdot \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

KOM IHÅG ATT PLOTIA BODE FÖR F·G!

→ SE SAMMANFATTNING FÖR HUR MAN GÖR LEAD/LAG-REGULATORN

Känslighetsfunktion

Boks. 61



Överföringsfunktioner

$y_{ref} \rightarrow y$: $Y = G_{cl} \cdot Y_{ref}$

Störning $\rightarrow$ ut ($y_{ref} = 0$)
 $v \rightarrow y$: $Y = V + G \cdot F \cdot (-Y)$

$$\Rightarrow Y = \frac{1}{1 + GF} \cdot V$$

$$\{S(s) = \frac{1}{1 - G_0(s)}\}$$

$|S(j\omega)| < 1 \Rightarrow$ störning vid felur. ω undertrycks.

5.20 Mål: Designa lead-lag-regulator

System: $Y(s) = G(s)U(s)$
 $U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$



→ VI KOMMER TA FRAM REGULATOR
 JTEG FÖR JTEG

a) SÖKES: Closed loop TF = Slutna systemets överföringsfunktion

$$Y = GU$$

$$= GF(R - Y)$$

$$\Leftrightarrow Y + GFY = GFR$$

$$\Leftrightarrow Y = \underbrace{\frac{GF}{1+GF}}_{G_{CL}} R$$

b) SÖKES: fasmargin φ_m , skärfrek. ω_c , systemet stabilt? vid $F(s) = K = 1$.

$$K=1 \text{ innebär } G(s)F(s) = G(s)$$

⇒ Vi kan läsa av ω_c, φ_m Bodediagrammet!

$$|G(j\omega_c)| = 1 \xRightarrow{\text{LÄS AV}} \omega_c = 1 \text{ rad/s}$$

$$\arg(G(j\omega_c)) = -130^\circ \xRightarrow{\text{LÄS AV}} \varphi_m = 50^\circ$$

STABILT SYSTEM

c) SÖKES: K så att systemet blir 2ggr så fort!

Dubbelt snabbt system

↪ dubbel skärfrekvens,

$$\text{d.v.s. } \omega_{c,d} = 2\omega_c = 2 \text{ rad/s}$$

Öppna systemet är nu $F(s)G(s) = KG(s)$, alltså.

$$|KG(j\omega_{c,d})| = 1 \Leftrightarrow K|G(j\omega_{c,d})| = 1$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{1}{|G(j\omega_{c,d})|} = \frac{1}{|G(2j)|} = \frac{1}{0,3}$$

LÄS AV!

$$\Rightarrow K = 3,33$$

DETTA K FLYTTAR
 $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$ TILL $\omega_{c,d} = 2 \text{ rad/s}$

d) Vad har vi förlorat på detta

$$\text{NOTERA } \arg(G(j\omega_{c,d})) = \arg(G(2j)) = -175^\circ$$

d.v.s. BARA 5° FAS-MARGINAL KVAR!

⇒ Dämlre prestanda (mer överstängning i slutna systemet).

e) SÖKES: Regulator

$$F_{lead} = K \frac{\tau_D s + 1}{\tau_D \beta s + 1}$$

som ger • 2x så snabbt system ($\omega_{c,d} = 2 \text{ rad/s}$)
• samma översläng ($\varphi_m = 50^\circ$)

1) För att öka fasmarginen:

• Vi behöver öka fasen med $50^\circ - 5^\circ = 45^\circ$

• Diagram s. 106 $\Rightarrow \beta = 0,18$

$$\tau_D = \frac{1}{\omega_{c,d} \beta} = \frac{1}{2 \cdot 0,18} \approx 2,78$$

2) För att ha skärfrekvensen där den ska vara:

$$|F_{lead}(i\omega_{c,d}) G(i\omega_{c,d})| = 1$$

$$\Rightarrow K \left| \frac{1,18 \cdot i \cdot 2 + 1}{1,18 \cdot 0,18 \cdot i \cdot 2 + 1} \cdot 0,3 \right| = 1 \Rightarrow K = 1,4$$

LISAV

f) SÖKES: Statiskt fel vid enhetssteg i r.
Hur ändra $F(0)$ för att minska?

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + F(s)G(s)} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + F(0)G(0)} = \frac{1}{1 + K \cdot G(0)} = \frac{1}{1 + 1,4 \cdot 3,5} \approx 0,17$$

LISAV!

För att minska statiskt fel måste vi öka $F(0)$!

g) SÖKES: γ i $F_{lag}(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$ så att

statiska felet elimineras.
($F = F_{lead} F_{lag}$)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \{f\} = \frac{1}{1 + F(0)G(0)} = \frac{1}{1 + 3,5 \cdot F(0)} = 0$$

KRÄVER ATT $F(0) = \infty$

$$\text{d.v.s. } F(0) = K \cdot \frac{1}{\gamma} = \infty \Rightarrow \gamma = 0$$

h) SÖKES: γ så att $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0,01$,
lämpligt τ_I .

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + \frac{K}{\gamma} \cdot 3,5} = 0,01$$

$$K = 1,4: 1 + \frac{1,4}{\gamma} \cdot 3,5 = 100$$

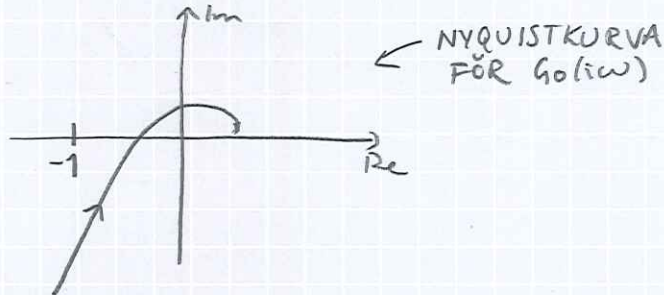
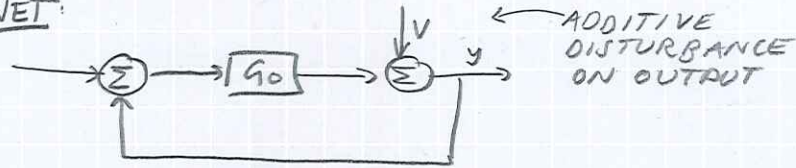
$$\gamma = \frac{1,4 \cdot 3,5}{99} \approx 0,05$$

$$\tau_I = \frac{10}{\omega_{c,d}} = 5 \quad \leftarrow \text{TUMREZEL}$$

HÄR MÅSTE VI EH. GÅ TILLBAKA OCH ÄNDRA F_{lead} ...

6.3 | TEORI: KÄNSLIGHETSFUNKTIONER

GIVET:



UPPGIFT: För vilka ω (vilken del av Nyquistkurvan) förstärks störningen v ?

d.v.s. när är

$$|Y(i\omega)| > |V(i\omega)|?$$

UTSIGNALENS AMPL.
STÖRRE ÄN
STÖRNINGENS AMPL.

LÖSNING: Överföringsfunktionen $v \rightarrow y$:

Vet att $Y(s) = S(s)V(s)$

där $S(s) = \frac{1}{1 + G_0(s)}$

Alltså:

$$|Y(i\omega)| > |V(i\omega)| \Leftrightarrow |S(i\omega)| > 1$$

$$|S(i\omega)| > 1 \Leftrightarrow |1 + G_0(i\omega)| < 1$$

9

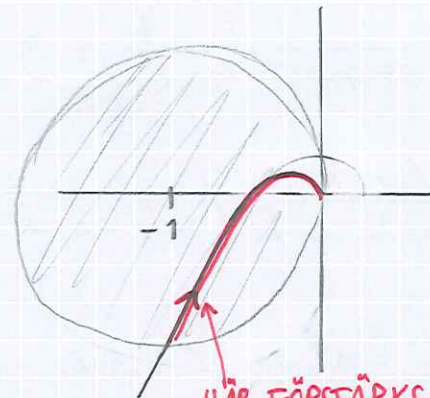
$$|1 + G_0(i\omega)| < 1$$

$$\Leftrightarrow |G_0(i\omega) - (-1)| < 1$$

Avstånd från
 $G_0(i\omega)$ till -1

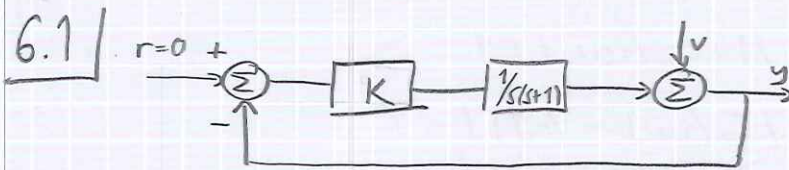
AVSTÅND < 1: STÖRNING FÖRSTÄRKS

AVSTÅND > 1: STÖRNING UNDERTRYCKS
(DISTURBANCE ATTENUATED)



HÄR FÖRSTÄRKS STÖRNINGAR

10



UPPGIFT: • Bestäm $|S(i\omega)|$ vid $\omega=1 \text{ rad/s}$ som funktion av K .

• Hur välja K så att störning vid $\omega=1 \text{ rad/s}$ ej förstärks?

LÖSNING:

$$S(s) = \frac{1}{1+G_0(s)} = \frac{1}{1+K \cdot \frac{1}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$$

$$|S(i-1)| = \left| \frac{i/(i+1)}{i/(i+1)+K} \right| = \left| \frac{i-1}{i-1+K} \right| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(K-1)^2+1}}$$

Störning vid $\omega=1 \text{ rad/s}$ förstärks ej

$$\Leftrightarrow |S(i-1)| < 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(K-1)^2+1}} < 1 \Leftrightarrow \sqrt{(K-1)^2+1} > \sqrt{2}$$

$$(K-1)^2 > 1$$

($K > 0$ förutsatt)

$$\Rightarrow K > 2$$