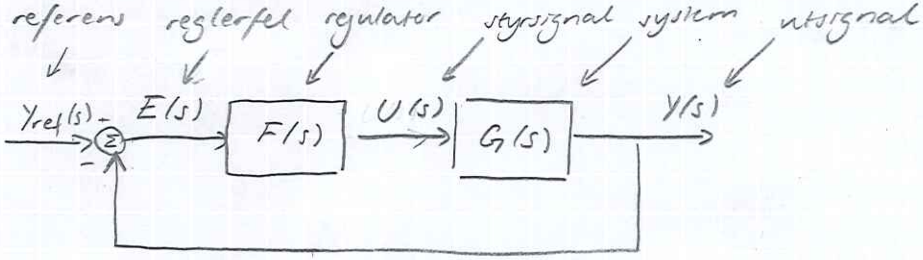
N2.

TEORI

SENAST:
- Laplace TF
- Poler/NS
- Stegsvar
- Slutvärdessatsen
- Återkoppling

IDAG:
- överföringsfunktioner
- statiska fel
- PID-reglering

(Boh s. 49-64)



- ÖVERFÖRINGSFUNKTION $Y_{ref} \to Y$

Kom ihåg! Bara att multiplicera i Laplace-domän

$$Y(s) = G(s)\cdot U(s) = G(s)\cdot F(s)E(s) =$$

$$= G(s)F(s)(Y_{ref}(s) - Y(s))$$

$$Y(s) + G(s)F(s)Y(s) = G(s)F(s)\,Y_{ref}(s)$$

$$\Rightarrow \quad Y(s) = \underbrace{\frac{G(s)F(s)}{1+G(s)F(s)}}_{G_{CL}} Y_{ref}(s)$$

DET SLUTNA SYSTEMET!

①

$G_o = G(s)F(s)$ DET ÖPPNA SYSTEMET (ÖVERFÖRINGSFUNKTION $E \to Y$)

Vi har:

$$G_{CL} = \frac{G_o}{1+G_o}$$

vad den här kursen går ut på!

- DESIGNA REGULATORN F(s)

PID-regulatorn

PROPORTIONELL

$t: \; K_P\, e(t)$

$\mathcal{L}: \; K_P\, E(s)$

NU!

\+ snabbt

\- ger statiskt fel

INTEGRERANDE

$t: \; K_I \int_0^t e(\tau)\,d\tau$

$\mathcal{L}: \; K_I \cdot \frac{1}{s} E(s)$

DÅTID

\+ eliminerar statiskt fel

\- minskar "stabilitetsmarginalen" / ökar "svängighet"

DERIVERANDE

$t: \; K_D \frac{de(t)}{dt}$

$\mathcal{L}: \; K_D\, s\, E(s)$

FRAMTID

\+ stabiliserande

\- känslig för brus

$\Rightarrow$ Regulator: $F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$

/LAB 1 om PID!/

②

3.24 2017

MÅL: + Analysera stegsvar
+ Tolka PID-parametrar

i) P   iii) PD

ii) PI   iv) PID

Vi kontrollerar:

1) STATISKT FEL

- A & D har statiskt fel
- I-del eliminerar statiskt fel

⇒ A, B ⟺ i), iii)
C, D ⟺ ii), iv)

2) SVÄNGNINGAR

- D-del minskar svängningar
- B mer svängigt än A

⇒ A ⟺ iii)   B ⟺ i)

- D mer svängigt än C

⇒ D ⟺ ii)   C ⟺ iv)

3.1 MÅL: Modellera, jämföra P- och PI-regulator

a) modellera systemet (signaler, TF)

b) hitta koefficienter från stegsvar

c) beräkna överföringsfunktioner

d) hur beror polerna på P-regulatorn $F(s) = K$?

e) statiskt fel med P-regulator

f) statiskt fel med PI-regulator

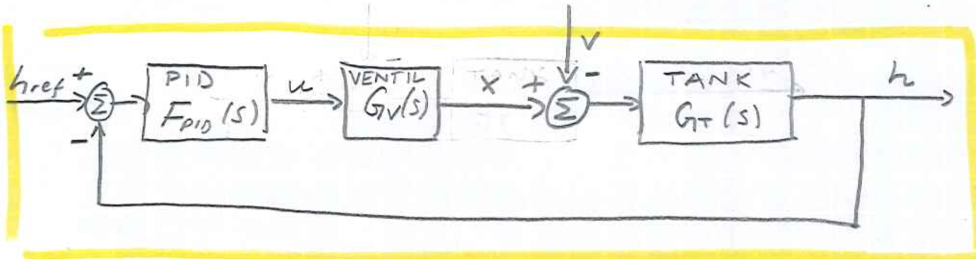
---

a)
- UTSIGNAL $y(t)$: här $h(t)$
- INSIGNAL $u(t)$ här: $u(t) \xrightarrow{\text{ventil}} x(t)$

GES AV REGULATORN

INSIGNAL TILL TANKSYSTEMET

- STÖRSIGNAL $v(t)$ här $v(t)$
- REFERENS $y_{ref}(t)$ här $h_{ref}(t)$



* Störsignalen v subtraheras från x, och det är differensen som påverkar utsignalen via tankens dynamik. Notera skillnaden mot uppgift 2.17, där störsignalen påverkade systemet direkt.

3.1 (a) forts.

• HITTA G_T:

massbalans: (se fotnot)

volym

$$\frac{dV(t)}{dt} = q_{in}(t) - q_{ut}(t) = x(t) - v(t) \qquad (1)$$

$$V(t) = A \cdot h(t) = \{A = 1m^2\} = h(t) \qquad (2)$$

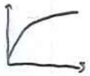
(2) i (1) $\Rightarrow$ $\frac{dh(t)}{dt} = x(t) - v(t)$

$\mathcal{L}$: $sH(s) = X(s) - V(s)$

$$\Rightarrow H(s) = \underbrace{\frac{1}{s}}_{G_T(s)}(X(s) - V(s))$$

! DETTA ÄR EN ENKEL INTEGRATOR

(b) $G_v(s) = \frac{k_v}{1+Ts}$, STEGSVAR GIVET



, SÖKES: k_v, T

1) FÖRSTÄRKNING

• Läser av: $\lim_{t\to\infty} x(t) = 2$. (1)

Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} x(t) = \lim_{s\to 0} sX(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot G_v(s)U(s) =$$

$$= \lim s \cdot \underbrace{\frac{k_v}{1+Ts}}_{G_v} \cdot \underbrace{\frac{1}{s}}_{\text{ENHETSSTEG}} = k_v \qquad (2)$$

$(1) = (2)$ $\Rightarrow$ $k_v = 2$

2) HITTA TIDSKONSTANT T

1) hitta formel för $x(t)$
2) jämför med stegsvar, identifiera T

$G_v(s)$ är överföringsfkt $u \to x$

$$G_v(s) = \frac{2}{1+Ts} = \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{s + 1/T}$$

Stegsvaret blir (TABELL s. 234):

$$x(t) = 2(1 - e^{-1/T\, t}) \qquad (A.33)$$

vid $t = T$: $x(T) = 2(1 - e^{-1}) \approx 2 \cdot 0,63 = 1,26$

läs av: $x(T) = 1,26 \Rightarrow T \approx 5$

$\Rightarrow G_v(s) = \frac{2}{1+5s}$

- T är typiskt sett tiden det tar att nå 63% av slutvärdet
- $T \sim \frac{1}{\omega_0}$ ω_0: avstånd till origo hos pol
- litet $T \Rightarrow$ snabbt system

se s. 49-50

(c) Överföringsfunktion $h_{ref} \to h$

$$H(s) = G_T(s)(\underbrace{X(s)} - V(s)) =$$

$$= G_T(s)(\underbrace{G_v(s)U(s)} - V(s)) =$$

$$= G_T(s)(G_v(s)F(s)(H_{ref}(s) - H(s)) - V(s))$$

3.1 c) forts.

(släpper s-notationen!)

$$H + G_T G_v F H = G_T G_v H_{ref} - G_T V$$

$$H(1 + G_T G_v F) = G_T G_v H_{ref} - G_T V$$

$$\Rightarrow \quad H(s) = \underbrace{\frac{G_T(s) G_v(s) F(s)}{1 + G_T(s) G_v(s) F(s)}}_{G_{cl}\,:\, H_{ref} \to H} H_{ref}(s) - \underbrace{\frac{G_T(s)}{1 + G_T(s) G_v(s) F(s)}}_{G_{dist}\,:\, V \to H} V(s)$$

Verifiera samma poler: hemma!

d)

1) HITTA EKV. FÖR POLER (SOM FKTN AV K)
2) HITTA GRÄNSER FRÅN FIGUR
3) HITTA MAXIMALT K

1) Givet: P-regulator $F(s) = K$

$$\Rightarrow G_{cl}(s) = \frac{G_T(s) G_v(s) K}{1 + G_T(s) G_v(s) K} = \{9, 5\} =$$

$$= \frac{1/s \cdot 2/(1+5s) \cdot K}{1 + 1/s \cdot 2/(1+5s) \cdot K} = \frac{2K}{s(1+5s) + 2K}$$

Poler: nämnaren $= 0$

$$s(1+5s) + 2K = 0$$

$$5s^2 + s + 2K = 0$$

$$s^2 + \frac{1}{5}s + \frac{2}{5}K = 0$$

NOTERA: ALLA KOEFFICIENTER POSITIVA
⇔ POLER I VHP!

pq-formeln $\Rightarrow \quad s_{1,2} = -\frac{1}{10} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}}$

2) Gränser: • $\mathrm{Re}(p) < 0$

p: poler

• $|\mathrm{Im}(p)| \leq |\mathrm{Re}(p)|$ ← rät linje med lutning ± 1

! Detta begränsar svängigheten hos systemet, genom att vinkeln $\varnothing$ till polerna (rel. dämpning) begränsas.

3) • För tillräckligt stora K: $\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5} < 0$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}}$$ imaginärt!

(för små K är polerna reella, men < 0 !)

då gäller:

$$\mathrm{Re}(s) = -\frac{1}{10} \qquad \mathrm{Im}(s) = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2 - \frac{2K}{5}}$$

Villkor: $|\mathrm{Re}(s)| \geq |\mathrm{Im}(s)| \Rightarrow (|\mathrm{Re}(s)|^2 \geq |\mathrm{Im}(s)|^2)$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} \geq \Big|\underbrace{\frac{1}{100} - \frac{2K}{5}}_{<0}\Big| = \frac{2K}{5} - \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2K \leq \frac{10}{100} \quad \Rightarrow K \leq \frac{1}{20}$$

3.1.

e) Steg i v → förändring i h

Vi har: $H(s) = G_{CL}(s)H_{ref}(s) - G_{dist}(s)V(s)$

* INTRESSERADE AV V:S PÅVERKAN
* SYSTEMET LINJÄRT

↳ SÄTT $H_{ref} = 0$; $H(s)\big|_{H_{ref}=0} = -G_{dist}(s)V(s)$ (*)

W.L.O.G.

Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}(h_{ref}(t) - h(t)) = -\lim_{s\to 0} sH(s) =$$

$$= \{(*),\ V(s) = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{enhetssteg}}}{\frac{1}{s}},\ F_{PID} = K,\ G_{dist} \text{ FRÅN c)}\}$$

$$= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{G_T}{1 + G_T G_V K} \cdot \frac{1}{s} = \{\text{FRÅN a) b)}\} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{1/s}{1 + \frac{1}{s}\cdot\frac{2}{1+5s}\cdot K} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + \frac{2K}{1+5s}} = \frac{1}{2K}$$

⇒ Stationära felet: $\frac{1}{2K}$

f) MED PI-REGULATOR FÅS INGET STATIONÄRT FEL!

Varför?

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = -\lim_{s\to 0} sH(s) = \{(**),\ V(s) = \frac{1}{s},\ F_{PID} = K + \frac{K_I}{s}\} =$$

$$= \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{1}{1 + \frac{1}{s}\cdot\frac{2}{1+5s}\cdot(K + \frac{K_I}{s})}\cdot\frac{1}{\cancel{s}} =$$

: skyffla runt i nämnaren!

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s}{s^2 + \frac{2K}{1+5s}\cdot(Ks + K_I)} = 0$$