ÖVNING 6 [2017]

IDAG: · Frekvensbeskrivning
· Bodediagram

TEORI: FREKVENSSVAR (SINUS IN - SINUS UT)

$$u \longrightarrow \boxed{G(s)} \longrightarrow y$$

låt
$u(t) = A \sin \omega t$

då blir
$$y(t) = |G(j\omega)| \cdot A \sin(\omega t + \phi)$$

(+ transient för små t, som klingar ut)

- $|G(j\omega)|$: Förstärkning
- $\phi = \arg(G(j\omega))$: Fasförskjutning

} vid ω

→ Vi vill veta $|G(j\omega)|$ och ϕ för alla frekvenser ω!

↳ (Nyquistdiagram) (jfr uppg. 3.16)
Bodediagram

BODEDIAGRAM: 2 kurvor

- Belopp $|G(j\omega)|$ (AMPLITUD)
- Fas $\phi = \arg(G(j\omega))$

NOTERA:
- log-skala
- ibland: dB: $20\log_{10}|G(j\omega)|$
- öppna systemet plottas!

4.1) MÅL: FÖRSTÅ FREKVENSSVAR

SÖKES: Överföringsfunktion $G(s)$ för termometer

GIVET:
- 1:a ordningens LTI-system
- Insignal: verklig temperatur, $u(t)$, sinusformad
- Utsignal: termometerutslag $y(t)$.
- Plott över $y(t)$, $u(t)$.

STRATEGI:

1) ANSATS FÖR $G(s)$
2) ANVÄNDA FORMEL FÖR FREKVENSSVAR
3) AVLÄSA FAS, BELOPP M.M. I PLOTT
4) IDENTIFIERA MED ANSATSEN

LÖSNING

1) Ansats (1:a ordningens system):

$$\boxed{G(s) = \frac{a}{s+b}} \qquad (1)$$

2) Frekvenssvar (LTI-system)

$$u(t) = A\sin\omega t \rightarrow y(t) = |G(i\omega)|A\sin(\omega t + \phi)$$

där $\phi = \arg(G(i\omega))$

OBS! GÄLLER EFTER ATT TRANSIENTEN KLINGAT UT!

Experimentet görs vid en viss frekvens $\omega = \omega^*$

3) • ω^*: Period för $u(t)$: $T_u \overset{\text{läses av}}{=} 0{,}314\ \text{min}$

Vinkelfrekvens:

$$\omega^* = \frac{2\pi\ \text{rad}}{T_u} \approx \frac{2\cdot 3{,}14\ \text{rad}}{0{,}314\ \text{min}} = 20\ \text{rad}\cdot\text{min}^{-1} = \frac{1}{3}\frac{\text{rad}}{\text{s}} \qquad (2)$$

• ϕ: Tidsförskjutning $\Delta t = -0{,}056\ \text{min}$

$$\phi = \omega^*\Delta t = 20\ \text{min}^{-1}\cdot(-0{,}056\ \text{min}) = -1{,}12 \qquad (3)$$

• $|G(i\omega^*)|$: Förstärkning: $A = 2$; $|G(i\omega)|A = 0{,}9$

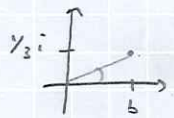
$$\Rightarrow |G(i\omega^*)| = \frac{0{,}9}{2} = 0{,}45 \qquad (4)$$

4) Identifiera:

$$|G(i\omega)| = \left\{G(s) \overset{(1)}{=} \frac{a}{s+b},\ s = i\omega,\ \omega^* \overset{(3)}{=} \frac{1}{3}\right\} = \left|\frac{a}{\frac{1}{3}i + b}\right| =$$

$$= \frac{3a}{\sqrt{1+9b^2}} \overset{(4)}{=} 0{,}45 \qquad (5)$$

$$\arg(G(i\omega^*)) = \arg\left(\frac{a}{\frac{1}{3}i+b}\right) = \underbrace{\arg a}_{=0} - \arg\left(\frac{1}{3}i + b\right) =$$



$$= -\arctan\left(\frac{1}{3}/b\right) \overset{(3)}{=} -1{,}12 \qquad (6)$$

$$(6) \Leftrightarrow \tan 1{,}12 = \frac{1}{3b} \Leftrightarrow b = \frac{1}{3\tan 1{,}12} \approx 0{,}16. \qquad (7)$$

(7) i (5):

$$a = \frac{0{,}45}{3}\cdot\sqrt{1+9\cdot 0{,}16^2} \approx 0{,}17$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{0{,}17}{s+0{,}16}$$

4.9I MÅL: HUR FUNGERAR AMPLITUDKURVAN I BODEDIAGRAM

(behöver ej rita Bode-diagram i kursen)

Uppgift: para ihop $G_1, \dots, G_5$ med Bodediagram (amplitud)

Bok s. 87-88. Se OH/print-out

Lösning: * Skriv ÖF på formen (1)

$$G_1(s) = \frac{1}{(1+s)} \qquad G_2(s) = \frac{(1+s)}{(1+\frac{s}{2})(1+\frac{s}{3})}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{s} \qquad G_4(s) = \frac{1}{s(1+s)}$$

$$G_5(s) = \frac{1}{1+\frac{2}{5}s+\frac{s^2}{5}}$$

(form för komplexa poler/ns $1+2\zeta\frac{s}{\omega_0}+\frac{s^2}{\omega_0}$, brytpunkt: ω_0 ±2 lutning)

* Betrakta: 1) Lågfrekvensasymptot

G_1, G_2, G_5 har $p=0$ ⇒ lutning 0 för små ω

⇒ $G_1, G_2, G_5 \longleftrightarrow B, D, E$

G_3, G_4 har $p=1$ ⇒ lutning -1 för små ω ($+ G_3, G_4 \xrightarrow{\omega\to 0} \infty$)

⇒ $G_3, G_4 \longleftrightarrow A, C$

2) Brytpunkter.

G_3 har inga poler/ns → inga brytpunkter ↔ A

G_4 har pol i 1 → brytpunkt: -1 i lutning ↔ C

G_1 har pol i -1 → brytpunkt: -1 i lutning.

Kurva B har först lutning 0, sedan -1.

⇒ $G_1 \longleftrightarrow B$

⇒ $G_2, G_5 \longleftrightarrow D, E$.

Båda har resonanstopp. Kan förklaras av brytpunkt i nollställe för G_2, men inte i fallet G_5. Betrakta istället högfrekvensasymptot.

3) Högfrekvensasymptot: lutning $m-p-n$.

G_2: $m-p-n = 1-2 = -1$

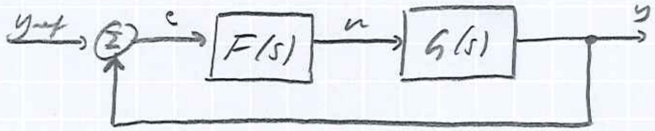
G_5: $m-p-n = 0-2 = -2$

relativt gradtal

Kurvan för G_5 har högre lutning.

⇒ $G_2 \longleftrightarrow D$ $\quad G_5 \longleftrightarrow E$

4.11 b) MÅL: Tolka amplitudmarginal/fasmarginal.



$$G(s) = \frac{1,7}{(s+1)(0,7s+1)(0,5s+1)}$$

- Givet: Bodediagram, $F(s) = K$
- Söhes: Vid vilket K kommer systemet börja självsvänga med konstant amplitud?

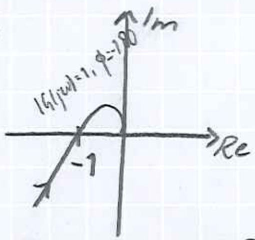
TEORI

> Hur påverkar en konstant K Bodediagrammet?

> "Lyfter" amplitudkurvan $(K \cdot |G(j\omega)|)$

> Påverkar ej faskurvan

> Om ett system självsvänger så är $|G(j\omega)| = 1$ precis då $\phi = -180°$, dvs. STABILITETSGRÄNSEN



ALLTSÅ: Vid stabilitetsgränsen sammanfaller ω_c med ω_p.

$|G(j\omega_c)| = 1$ $\quad$ $\arg(G(j\omega_p)) = -180°$

$\Rightarrow$ Ingen amplitud- eller fasmarginal!

HÄR: $\omega_p \approx 2,5$ (från Bode-diagram)

$= \omega_{c,krit}$

$|K^{krit} \cdot G(j\omega_{c,krit})| = 1$

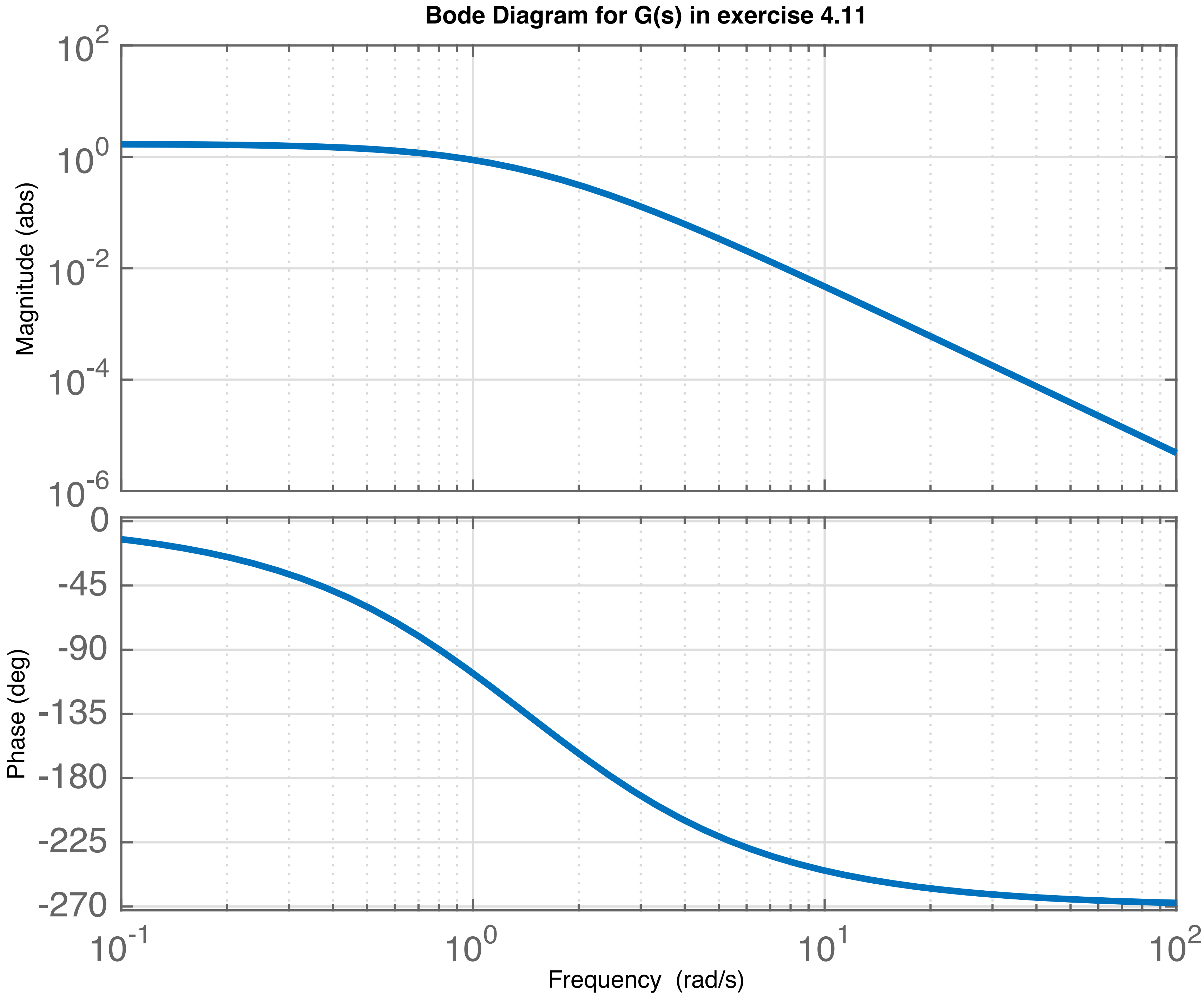
Läs av: $|G(j\omega_{c,krit})| = |G(j \cdot 2,5)| \approx 0,2$

$|K^{krit} \cdot 0,2| = 1 \Rightarrow K^{krit} = 5$

Svar: När $K = K^{krit} \approx 5$ (exakt: 5,14) självsvänger systemet m. frekvens $\omega_{c,krit} = \omega_p = 2,5$ rad/s.

När $K > K^{krit}$: systemet instabilt

När $K < K^{krit}$: — " — asymptotiskt stabilt.


Bode Diagram for G(s) in exercise 4.11
Magnitude (abs)
10^2
10^0
10^-2
10^-4
10^-6
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^-1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/s)